APRIL/MAY 2023

CEMA64A — GRAPH THEORY

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

Shanmuga Industries Arts & Science College
T.V.Malai

SECTION A — ($10 \times 2 = 20$ marks)

Answer ALL the questions.

What is meant by subgraph? Give an example.

உள் கோட்டுரு என்றால் என்ன? எடுத்துக்காட்டு தருக.

2. Define isomorphism of two graphs.

இரண்டு கோட்டுருக்களின் இயல் ஒப்புமையை வரையறு.

3. State any three properties of a incidence matrix of a graph

ஓர் கோட்டுருவின் ஒட்டு அணியின் ஏதேனும் மூன்று பண்புகளை கூறுக.

4. If G_1 and G_2 are graphs, define $G_1 \times G_2$.

G_1, G_2 கோட்டுருக்கள் எனில் $G_1 \times G_2$ வரையறை செய்க.

5. Define walk of a graph G.

கோட்டுரு G-ன் நடையை வரையறு.

6. Give an example of a connected graph in which every line is a bridge.

ஒரு தொடுக்கப்பட்ட கோட்டுருவில் ஒவ்வொரு கோடுகளும் ஒரு பாலமாக இருக்கும் எடுத்துக்காட்டு தருக.

7. Define an n-connected graph.

n – தொடுத்த கோட்டுருவை வரையறை செய்க.

8. Prove that every non-trivial tree G has atleast two vertices of degree 1.

ஒவ்வொரு தெளிவற்ற மரம் G-யும் 2-ஒருபடி கொண்ட உச்சிகளை கொண்டிருக்கும் என நிறுவுக.

9. What is meant by Eulerian graph?

ஆய்லேரியன் கோட்டுரு என்றால் என்ன?

10. Define Hamiltonian cycle of a graph.

ஒரு கோட்டுருவின் ஹேமில்டோனியன் சூழல் வரையறு.

18. Show that a graph G with atleast two points is bipartie iff its cycles are of even length.

ஒரு கோட்டுரு Gல் குறைந்தபட்சம் இருபுள்ளிகள் இருபகுதி கோட்டுருவாக உள்ளது எனில் அதன் அனைத்து சூழல்களும் இரட்டை நீளத்தை கொண்டிருக்கும் என நிறுவுக.

19. (a) Prove that every connected graph has a spanning tree.

(b) Prove that every tree has a centre consisting of either one point or two adjacent points.

(அ) ஒவ்வொரு இணைக்கப்பட்ட கோட்டுருவிலும் ஒரு அளாவிய மரவுரு இருக்கும் என நிரூபி.

(ஆ) ஒவ்வொரு மரவுருவிலும் ஒரு புள்ளி அல்லது அருகமைந்த இரண்டு புள்ளிகளைக் கொண்ட உருமையம் இருக்கும் என நிரூபி.

20. If G is a graph with $p \geq 3$ vertices and $\delta \geq \frac{p}{2}$ the prove that G is Hamiltonian.

$p \geq 3$ முனைகள் கொண்ட G கோட்டுருவில் $\delta \geq \frac{p}{2}$ எனில் G ஹேமில்டோன் என நிறுவுக.

Shanmuga Industries Arts & Science College
T.V.Malai

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) With usual notation prove that $\delta \leq \frac{2q}{p} \leq \Delta$.

வழக்கமான குறியீடுகளுடன் $\delta \leq \frac{2q}{p} \leq \Delta$ என நிறுவுக.

Or

(b) Prove that any self complementary graphs has $4n$ or $4n+1$ points.

எந்த ஒரு சுய நிரப்புக் கோட்டுருவும் $4n$ அல்லது $4n+1$ புள்ளிகளைக் கொண்டிருக்கும் என நிறுவுக.

12. (a) Prove that every graph is an intersection graph.

ஒவ்வொரு கோட்டுருவும் வெட்டுக் கோட்டுருவே எனக் காட்டுக.

Or

(b) If G_1 is a (p_1, q_1) graphs and G_2 is a (p_2, q_2) graph prove that $G_1 + G_2$ is $(p_1 + p_2, q_1 + q_2 + p_1 p_2)$ graph.

G_1, G_2 என்பன முறையே (p_1, q_1), (p_2, q_2) கோட்டுருக்கள் எனில் $G_1 + G_2$ என்பது $(p_1 + p_2, q_1 + q_2 + p_1 p_2)$ கோட்டுரு எனக் காட்டுக.

13. (a) Prove that a graph G with 'P' points and $\delta \ge \frac{P-1}{2}$ is connected.

$\delta \ge \frac{P-1}{2}$ என்றவாறு G, P புள்ளிகள் உடைய இணைந்த கோட்டுரு என நிரூபி.

Or

(b) Prove that a line x of a connected graph. G is a bridge iff x is not on any cycle.

ஒரு இணைந்த கோட்டுரு G யிலுள்ள கோடு x ஒரு பாலமாக இருக்கத் தேவையான, போதுமான நிபந்தனை x எந்தவொரு சூழலிலும் இருக்காது என நிரூபி.

14. (a) Prove that for any graph G, $K \le \lambda \le \delta$.

எந்த ஒரு கோட்டுரு G யிலும் $K \le \lambda \le \delta$ எனக் காட்டுக.

Or

(b) If G is a tree then prove that G is acyclic and $p = q + 1$.

G ஒரு மரவுரு எனில் G என்பது சுற்றற்றது மற்றும் $p = q + 1$ எனக் காட்டுக.

15. (a) If G is a graph in which the degree of every vertex is atleast two, prove that G contains a cycle.

G என்ற கோட்டுருவின் ஒவ்வொரு முனையின் படியும் குறைந்த பட்சம் இரண்டு எனில் G ஒரு சுற்றைக் கொண்டுள்ளது என நிரூபி.

Or

(b) Prove that every Hamiltonian graph is 2–connected graph.

எல்லா ஹேமில்டோன் கோட்டுருவும் 2-இணைந்த கோட்டுரு என நிறுவுக.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Prove that the maximum number of lines among all 'P' point graphs with no traingles is $\left[\frac{P^2}{4}\right]$.

ஒரு கோட்டுருவில் உள்ள P புள்ளிகளுக்கிடையே முக்கோணமில்லாத பெரும கோடுகளின் எண்ணிக்கை $\left[\frac{P^2}{4}\right]$ என நிரூபி.

17. Let G_1 be a (p_1, q_1) graph and G_2 a (p_2, q_2) graph. Then prove that (a) $G_1 \times G_2$ is a $(p_1 p_2,\, q_1 p_2 + q_2 p_1)$ graph. (b) $G_1[G_2]$ is a $(p_1 p_2,\, p_1 q_2 + p_2^2 q_1)$ graph.

G_1 என்பது (p_1, q_1) கோட்டுரு மற்றும் G_2 என்பது (p_2, q_2) கோட்டுரு எனில் (அ) $G_1 \times G_2$ என்பது $(p_1 p_2,\, q_1 p_2 + q_2 p_1)$ (ஆ) $G_1[G_2]$ என்பது $(p_1 p_2,\, p_1 q_2 + p_2^2 q_1)$ என நிரூபி.